Для решения поставленной задачи отклонения кончика и угол отклонения будем рассчитывать по формулам [27]:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3) |
|  | (4) |

где:

текущая итерация моделирования;

смещение кончика иглы, на текущем шаге времени;

сила, действующая на кончик иглы при ее движении;

осевой момент инерции;

длина иглы, находящаяся в тканях человека;

время;

модуль Юнга;

угол смещения.

В данном случае осевой момент вычисляется по формуле:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5) |

где:

толщина стенки иглы;

диаметр среднего сечения иглы (показан на рисунке 17).

В данном случае игла представляется в виде консольной балки с жесткой заделкой, с одной стороны. Местом закрепления будем считать место прокола. Тогда получается, что с ростом времени длина балки будет увеличиваться. Таким образом, при каждом шаге по времени будет рассчитываться новое отклонение.

Размер элементарных клеток (молекул) во много раз меньше, чем габаритные размеры иглы. Скорость перемещения иглы в среде достаточно низкая, а плотность среды достаточно высокая по сравнению с воздухом. Исходя из этого, для моделирования внешней силы *F* при перемещении иглы в тканях человека можно использовать силу лобового сопротивления

|  |  |
| --- | --- |
|  | (6) |

где:

коэффициент сопротивления;

плотность;

скорость перемещения иглы;

характерная площадь тела, , где объем тела [26].

В таблице 3 приведены параметры, которые будут использованы при расчетах.

Таблица 3

Параметры для расчетов

|  |  |
| --- | --- |
| Наименование параметра | Значение |
| диаметр иглы внешний, м | 0,001 |
| диаметр иглы внутренний, м | 0,0008 |
| модуль Юнга, н/м2 | 2,0•1011 |
| плотность, кг/м3 | 900 – 1500 |
| скорость перемещения иглы, м/с | 0,003 – 0,03 |
| коэффициент сопротивления формы | 0,82 |
| максимальная длина иглы, м | 0,1 |

Для расчета смещения иглы по выражениям (3) и (4) необходимо учитывать проекцию силы *F* на ось *Oy.*



Рисунок 18 - Схема приложенной силы воздействия среды

На рисунке 18 показана схема приложенной силы, которую создает среда при движении иглы

|  |  |
| --- | --- |
|  | (7) |

где:

проекция на ось *Oy* силы, действующей на кончик иглы при ее движении.

В данной постановке задачи по предложенным выражениям (3), (4), (6), (7) будем рассчитывать отклонение итерационно, суммируя его с предыдущими шагами. Тем самым будет сохраняться отклонение на каждом шаге моделирования:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (8) |

где:

текущая итерация моделирования;

суммарное отклонение иглы при ее движении в тканях человека;

отклонение иглы на текущем шаге времени.

Исходя из кривизны графика построенным по экспериментальным результатам можно представить коэффициенты в следующем виде:

(9)

В таблице 1 показаны коэффициенты полученные из экспериментальных данных, рассчитанные с помощью выражения 9, а так же погрешность. На рисунке 19 и 20 показаны графики распределения данных коэффициентов, а так же погрешность.

Таблица 1

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Линейная скорость,  мм/с | Коэффициенты, рассчитанные из экспериментальных данных | Коэффициенты, рассчитанные из выражения 9 | Погрешность |
|  | 2,665844 | 2,664939 | 0,000905 |
| 3 | 1,066686 | 1,071698 | 0,005012 |
| 6 | 0,711157 | 0,700672 | 0,010486 |
| 9 | 0,650224 | 0,659327 | 0,009103 |
| 12 | 0,661623 | 0,660594 | 0,001029 |
| 15 | 0,689513 | 0,688336 | 0,001177 |
| 18 | 0,784529 | 0,779838 | 0,004691 |
| 21 | 0,917968 | 0,925302 | 0,007334 |
| 24 | 1,088267 | 1,084358 | 0,003909 |
| 27 | 1,318834 | 1,319581 | 0,000748 |
| 30 | 2,665844 | 2,664939 | 0,000905 |

Рисунок 19 – Распределение коэффициентов

Рисунок 20 - погрешность коэффициентов расчетных от экспериментальных

Далее в таблице 2 приведены экспериментальные данные и результаты моделирования

Таблица 2 Данные модели и эксперимента

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Линейная скорость мм/с | Величина отклонения кончика иглы, мм | | Погрешность, мм |
| Эксперимент | Модель |
| 3 | 0,1 | 0,099966 | 3,39535E-05 |
| 6 | 0,16 | 0,160752 | 0,000751748 |
| 9 | 0,24 | 0,236461 | 0,00353867 |
| 12 | 0,39 | 0,39546 | 0,005459973 |
| 15 | 0,62 | 0,619036 | 0,000964453 |
| 18 | 0,93 | 0,928413 | 0,001586994 |
| 21 | 1,44 | 1,431389 | 0,008611155 |
| 24 | 2,2 | 2,217578 | 0,017577759 |
| 27 | 3,3 | 3,288147 | 0,01185293 |
| 30 | 4,94 | 4,9428 | 0,002800275 |

Далее на рисунке 21 и 22 представлены графики экспериментальных данных и результатов моделирования и погрешность моделирования.

Рисунок 21 – результаты моделирования и экспериментальные данные

Рисунок 22 - погрешность моделирования.